

NUCLEO TEMATICO 5: **FUNZIONI TRIGONOMETRICHE**

1. Descrizione	1
2. Esempi di quesiti	3

1. DESCRIZIONE

INTRODUZIONE

È utile che tu abbia un'idea intuitiva di angolo orientato e della misura della sua ampiezza in senso generalizzato, e che tu conosca il significato e le proprietà di seno, coseno e tangente di un numero reale in relazione alla loro rappresentazione rispetto alla circonferenza goniometrica. È importante che tu sappia muoverti con agilità tra la rappresentazione nel piano cartesiano delle funzioni seno, coseno e tangente, e quella rispetto alla circonferenza goniometrica; e usare queste rappresentazioni anche per risolvere semplici equazioni o disequazioni trigonometriche. Anche per questo argomento un utilizzo competente di poche semplici proprietà e relazioni è più utile della memorizzazione non consapevole di una gran quantità di formule.

CONOSCENZE

- Angoli generalizzati orientati e misura della loro ampiezza (in senso generalizzato) in gradi sessagesimali e radianti. Circonferenza goniometrica.
- Seno, coseno, tangente e arcotangente di un numero reale.
- Funzioni $x \mapsto \sin x$, $x \mapsto \cos x$, $x \mapsto \tan x$, $x \mapsto \arctan x$ e loro rappresentazione nel piano cartesiano.
- Proprietà elementari delle funzioni trigonometriche e relazioni tra loro: dominio, immagine, periodicità, simmetria, limitatezza, la relazione fondamentale $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, le relazioni tra i valori delle funzioni trigonometriche per coppie di numeri reali la cui

somma o la cui differenza sia un multiplo intero di $\pi/2$, formule di addizione e duplicazione per le funzioni seno e coseno.

- Semplici espressioni, equazioni e disequazioni trigonometriche.

ABILITÀ

- T-1 Avere un'idea intuitiva degli angoli generalizzati orientati ed esprimere la loro misura in senso generalizzato in gradi sessagesimali e in radianti. Convertire la misura di un angolo da gradi a radianti e viceversa. Rappresentare angoli orientati usando la circonferenza goniometrica.
- T-2 Conoscere il significato di seno, coseno e tangente di un numero reale in relazione alla loro rappresentazione rispetto alla circonferenza goniometrica. Calcolare o stimare seno, coseno e tangente di particolari numeri reali, eventualmente utilizzando strumenti di calcolo. Riconoscere e rappresentare nel piano cartesiano il grafico delle funzioni $x \mapsto \sin x$, $x \mapsto \cos x$, $x \mapsto \tan x$, e $x \mapsto \arctan x$.
- T-3 Utilizzare le funzioni seno, coseno e tangente per esprimere le relazioni tra le lunghezze dei cateti e dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo e le misure dei suoi angoli interni.
- T-4 Utilizzare le rappresentazioni cartesiane delle funzioni seno, coseno, tangente e arcotangente e le loro rappresentazioni rispetto alla circonferenza goniometrica per studiare equazioni e disequazioni del tipo $f(x) \lessgtr k$, dove f indica una delle suddette funzioni e k è un numero reale. Risolvere esplicitamente in semplici casi tali equazioni e disequazioni.
- T-5 Utilizzare le proprietà elementari delle funzioni seno, coseno e tangente (la relazione fondamentale $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, le proprietà di periodicità e simmetria, le relazioni tra i valori delle funzioni trigonometriche per coppie di numeri reali la cui somma o la cui differenza sia un multiplo intero di $\pi/2$), le formule di addizione o duplicazione di seno e coseno, la loro rappresentazione cartesiana, e la loro rappresentazione rispetto alla circonferenza goniometrica per calcolare particolari valori delle funzioni trigonometriche, manipolare espressioni e risolvere semplici equazioni e disequazioni.

2. ESEMPI DI QUESITI

Quesito 1

Convertire in radianti le seguenti misure espresse in gradi:

$30^\circ, 20^\circ, -72^\circ, 132^\circ, \pi^\circ$

Convertire in gradi le seguenti misure espresse in radianti:

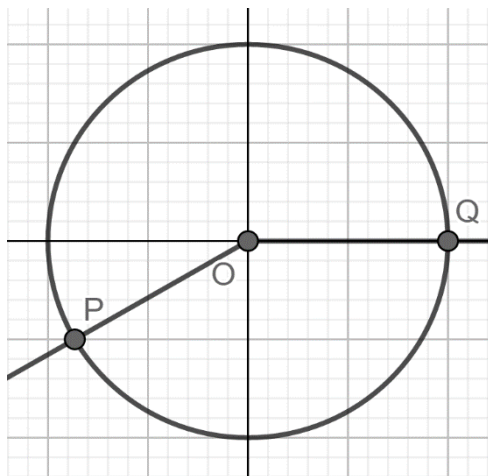
$\pi, 3\pi/2, \pi/6, 14\pi/3, 1, 7, 3/2$

[Risposta esatta](#)

Abilità principali: **T-1**

Quesito 2

Solo uno dei seguenti numeri esprime la misura in radianti dell'ampiezza dell'angolo orientato $\sphericalangle QOP$, quale?



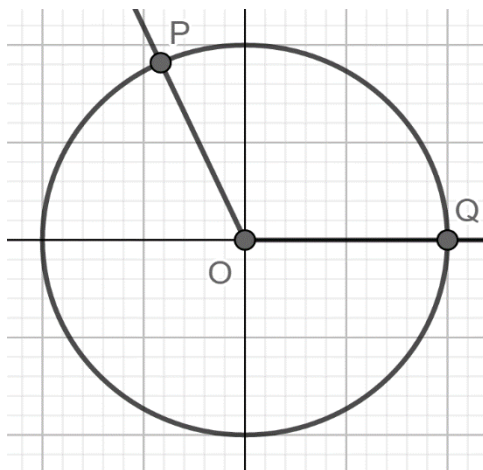
- A. $\pi/6$
- A. $7\pi/6$
- B. $-7\pi/6$
- C. $-\pi/6$
- D. $5\pi/6$

[Risposta esatta](#)

Abilità principali: **T-1**

Quesito 3

Solo uno dei seguenti numeri esprime la misura in radianti dell'ampiezza dell'angolo orientato $\angle QOP$, quale?



- A. 2
- B. $-3\pi/4$
- C. -1
- D. $9\pi/10$

[Risposta esatta](#)

Abilità principali: **T-1**

Quesito 4

Per ciascuno dei seguenti numeri reali stabilire se è minore, maggiore o uguale a $\sin(3/10\pi)$:

$$\sin(-3\pi/10), \cos(2\pi/10), \sin(\pi - 3\pi/10), \cos(-8\pi/10), \cos(\pi/2 + 7\pi/10)$$

[Risposta esatta](#)

Abilità principali: **T-2**

Quesito 5

Quale/i delle seguenti disuguaglianze è/sono verificata/e per ogni coppia di numeri reali a e b con $0 < a < b < \pi/2$?

- A.** $\sin a < \sin b$
- B.** $\cos a < \cos b$
- C.** $\tan a < \tan b$
- D.** $\cos a < \sin b$

[Risposta esatta](#)

Abilità principali: **T-2**

Quesito 6

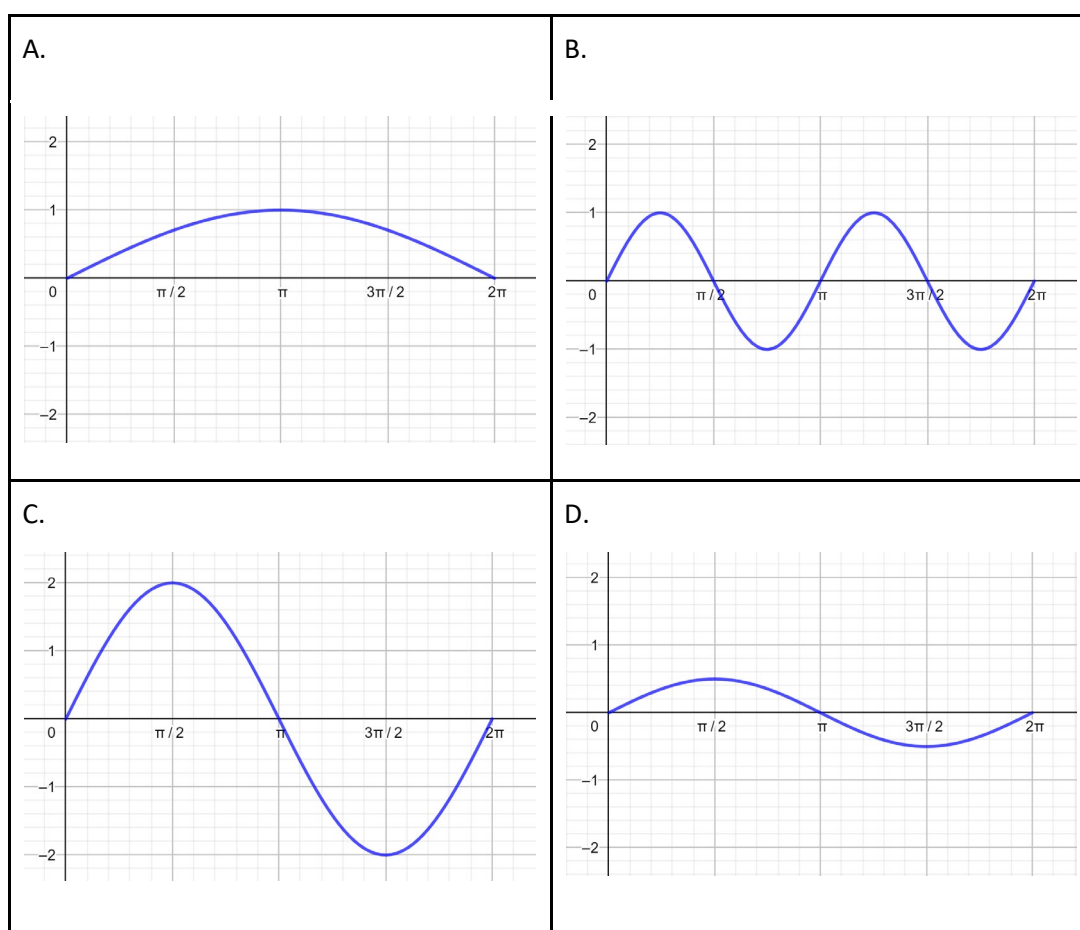
Rappresentare il grafico della funzione $f(x) = \cos(x - 1)$ per $x \in [0, 2\pi]$.

[Risposta esatta](#)

Abilità principali: **T-2**

Quesito 7

Uno dei seguenti grafici rappresenta la funzione $f(x) = \sin(x/2)$ per $x \in [0, 2\pi]$, quale?



[Risposta esatta](#)

Abilità principali: **T-2**

Quesito 8

Determinare l'area di un triangolo che ha un lato lungo 5, un lato lungo 3 e il coseno dell'angolo compreso tra questi due lati uguale a $4/5$.

[Risposta esatta](#)

Abilità principali: **T-3**

Quesito 9

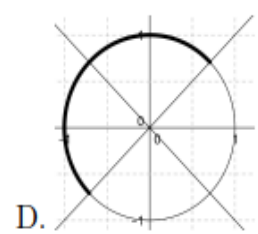
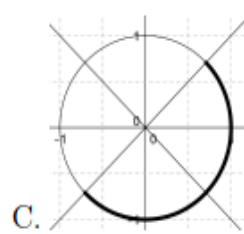
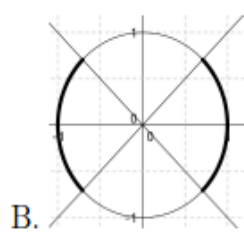
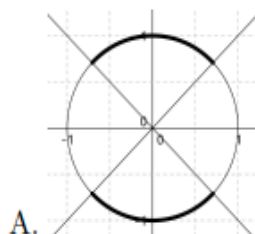
Il numero α è un numero reale dell'intervallo $[\pi/2, \pi]$ e $\sin \alpha = 1/3$; determinare $\cos \alpha$ e $\tan \alpha$.

[Risposta esatta](#)

Abilità principali: **T-2, T-5**

Quesito 10

In quale dei seguenti grafici, l'arco o gli archi evidenziati sulla circonferenza goniometrica rappresentano l'insieme delle soluzioni della disequazione $\sin \alpha > \cos \alpha$?



[Risposta esatta](#)

Abilità principali: **T-2, T-4**

Quesito 11

Quante sono le soluzioni dell'equazione $\sin x = -1/5$ con $x \in [-\pi/2, \pi/2]$?

Quante sono le soluzioni dell'equazione $\sin(x) = \tan(x)$ con $x \in [-\pi/2, \pi/2]$?

[Risposta esatta](#)

Abilità principali: **T-2, T-4**

Quesito 12

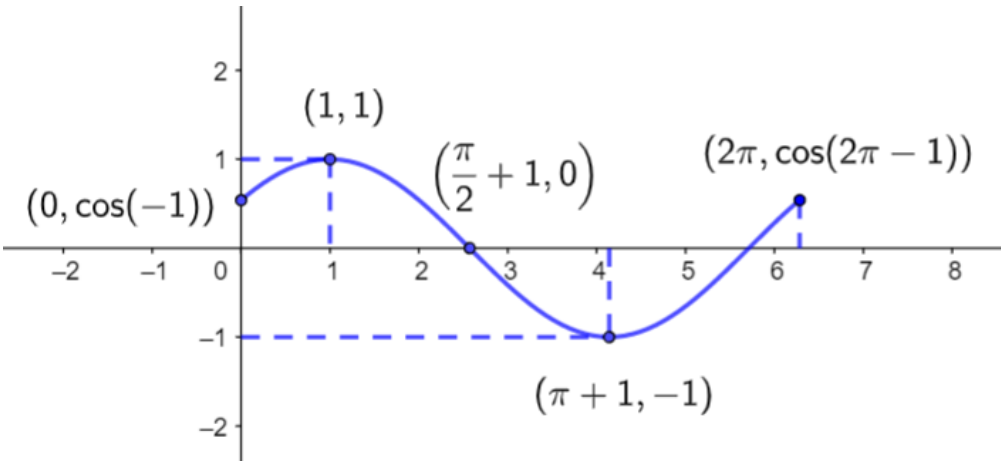
Risolvere l'equazione $2 \sin^2 x = \sin x$.

Risolvere l'equazione $2 \cos^2 x + \sin x = 2$.

[Risposta esatta](#)

Abilità principali: **T-5**

Risposte esatte

Quesito	Risposta esatta
Quesito 1	$\pi/6, \pi/9, -(2/5)\pi, (11/15)\pi, \pi^2/180$
	$180^\circ, 270^\circ, 30^\circ, 840^\circ, (180/\pi)^\circ, (1260/\pi)^\circ, (270/\pi)^\circ$
Quesito 2	B
Quesito 3	A
Quesito 4	Minori di $\sin(3\pi/10)$: $\sin(-3\pi/10), \cos(-8\pi/10), \cos(\pi/2 + 7\pi/10)$
	Uguali a $\sin(3\pi/10)$: $\sin(\pi-3\pi/10), \cos(2\pi/10)$
	Maggiori di $\sin(3\pi/10)$: nessuno
Quesito 5	A, C
Quesito 6	
Quesito 7	A
Quesito 8	9/2

Quesito 9	$-\frac{2}{3}\sqrt{2}; -\frac{1}{2\sqrt{2}}$
Quesito 10	D
Quesito 11	Un'unica soluzione
	Un'unica soluzione
Quesito 12	Le soluzioni di entrambe le equazioni sono: $2k\pi, \pi/6 + 2k\pi, 5\pi/6 + 2k\pi, \pi + 2k\pi$, con k intero