

NUCLEO TEMATICO 6: **ESPONENZIALI E LOGARITMI**

1. Descrizione	1
2. Esempi di quesiti	3

1. DESCRIZIONE

INTRODUZIONE

È utile che tu abbia un'idea intuitiva delle funzioni esponenziali, come estensione dell'elevamento a potenza di un numero reale positivo, e delle loro inverse, le funzioni logaritmiche, e che ne conosca grafici e le proprietà elementari e li sappia usare per risolvere semplici equazioni o disequazioni esponenziali o logaritmiche.

CONOSCENZE

- Funzioni reali di variabile reale $x \mapsto a^x$ e $x \mapsto \log_a x$ con a numero reale positivo diverso da 1, e rappresentazione nel piano cartesiano del loro grafico.
- Il numero e .
- Proprietà elementari delle funzioni esponenziale e logaritmo: insieme di definizione, insieme immagine, monotonia, e proprietà algebriche basate sulle proprietà di potenze e logaritmi.
- Semplici espressioni, equazioni e disequazioni con esponenziali e logaritmi.

ABILITÀ

- EL-1 Sapere che è possibile estendere l'operazione di elevamento a potenza razionale di un numero razionale positivo alla potenza reale di un numero reale positivo, e che se la base è diversa da 1 è possibile definire l'operazione inversa. Calcolare o stimare il valore di esponenziali e logaritmi, eventualmente utilizzando strumenti di calcolo.
- EL-2 Riconoscere e rappresentare nel piano cartesiano il grafico delle funzioni esponenziali e $x \mapsto a^x$ delle funzioni logaritmo $x \mapsto \log_a x$ per qualsiasi valore reale positivo $a \neq 1$.
- EL-3 Usare le rappresentazioni cartesiane delle funzioni esponenziali e logaritmiche per studiare equazioni e disequazioni del tipo $f(x) \lessgtr k$, dove f indica una funzione esponenziale o logaritmica e k è un numero reale. Risolvere esplicitamente queste equazioni e disequazioni.
- EL-4 Manipolare espressioni e risolvere semplici equazioni e disequazioni con esponenziali o logaritmi, utilizzando le loro proprietà elementari (riducibili alle proprietà dell'operazione di elevamento a potenza) e la loro rappresentazione cartesiana.

2. ESEMPI DI QUESITI

Quesito 1

Quali delle uguaglianze che compongono la seguente catena sono corrette?

$$2 = \log_2 4 = \log_4 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 4} = \frac{\log_2(2 \cdot 2^2)}{\log_2 4} = \frac{2 \cdot \log_2(2^2)}{\log_2 4} = 2$$

[Risposta esatta](#)

Abilità principali: **EL-1, EL-4**

Quesito 2

Se $a = \log_3(2^3)$, quale delle seguenti affermazioni è corretta?

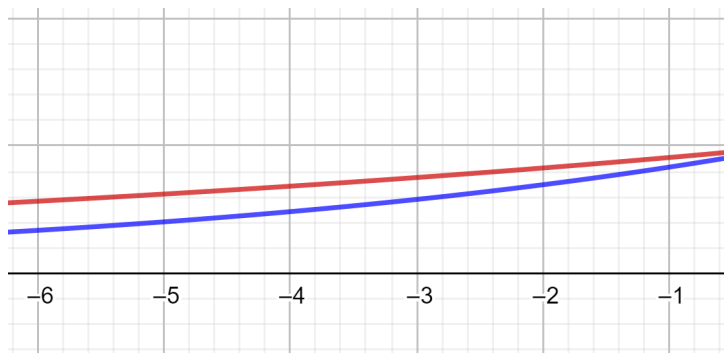
- A.** $a < 2$
- A.** $a = 2$
- B.** $2 < a < 3$
- C.** $a = 3$
- D.** $a > 3$

[Risposta esatta](#)

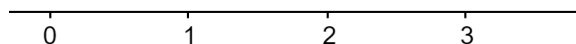
Abilità principali: **EL-1**

Quesito 3

Sono rappresentate in un sistema di riferimento monometrico xOy una porzione del grafico della funzione $f(x) = a^x$ (in blu) e una porzione del grafico della funzione $g(x) = b^x$ (in rosso) con a e b positivi.



1. Quale tra a e b è maggiore?
2. Rappresentare a e b sulla retta numerica:



[Risposta esatta](#)

Abilità principali: **EL-2**

Quesito 4

Nella sua relazione di fine anno, l'amministratore delegato di un'azienda stima che il fatturato crescerà per i prossimi anni del 2% all'anno.

Posto F_0 il fatturato dell'anno appena concluso, quale delle seguenti espressioni descrive il fatturato $F(n)$ dell'azienda tra n anni se la stima dell'amministratore dovesse effettivamente realizzarsi?

- A.** $F(n) = F_0 \cdot (1,02)^n$
- B.** $F(n) = F_0 \cdot (1 + 0,02 n)$
- C.** $F(n) = F_0 \cdot (1 + 0,2 n)$
- D.** $F(n) = F_0 + (1,02)^n$
- E.** $F(n) = F_0 + F_0 \cdot (1 + \frac{2}{100} n)$
- F.** $F(n) = F_0 \cdot (1 + 0,02^n)$
- G.** $F(n) = F_0 + \frac{2}{100} n$

[Risposta esatta](#)

Abilità principali: **EL-1**

Quesito 5

Si stima che se non si adottano opportune contromisure la diffusione di un virus, che ha già contagiato un terzo degli individui di una determinata popolazione, seguirà nei prossimi mesi la legge:

$$C(t) = \frac{P}{1 + 2e^{-2t}}$$

dove t indica il tempo espresso in anni, P il numero di individui della popolazione e $C(t)$ il numero totale di individui contagiati al tempo t (si osservi che $C(0) = P/3$).

Secondo questo modello, se non si adottano opportune contromisure, in quanto tempo il virus avrà contagiato la metà della popolazione?

- A.** Meno di due mesi
- B.** Tra 2 e sei mesi
- C.** Tra 6 mesi e un anno
- D.** Tra 1 e 2 anni
- E.** Più di due anni

[Risposta esatta](#)

Abilità principali: **EL-4**

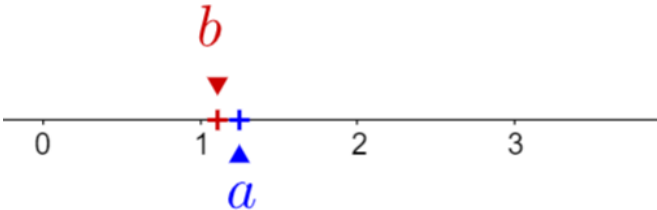
Quesito 6

Quante sono le soluzioni reali dell'equazione $2^x = 4 - x$?

[Risposta esatta](#)

Abilità principali: **EL-2, RF-8**

Risposte esatte

Quesito	Risposta esatta
Quesito 1	La prima, la terza, la quarta e la sesta
Quesito 2	A
Quesito 3	$a > b$ 
Quesito 4	A
Quesito 5	B
Quesito 6	Una