

NUCLEO TEMATICO 3: **COMPRENSIONE DEL TESTO NON-CONTINUO E MISTO¹**

Linguaggi e rappresentazioni grafiche

1. Premessa	1
2. Ricavare informazioni da rappresentazioni grafiche di dati e relazioni	3
3. Testi che danno istruzioni su come fare certe operazioni	9
4. Comprendere e costruire rappresentazioni grafiche di relazioni fra insiemi	12
5. Traduzione in formule di relazioni espresse nel linguaggio naturale.	14

1. PREMESSA

In moltissime attività e professioni, e anche negli studi universitari, è di fondamentale importanza la capacità di usare il linguaggio naturale e altri sistemi di rappresentazione grafica e simbolica per descrivere fenomeni, situazioni, problemi, teorie, progetti e programmi di lavoro. Tali descrizioni sono uno strumento per pensare, per costruire e organizzare la nostra conoscenza, per comunicare. Al fine di realizzarle è utile e spesso indispensabile avvalersi di strumenti digitali per l'archiviazione e l'elaborazione di documenti e di dati di ogni tipo: parole, numeri, simboli, immagini, audio e video. In ogni corso di laurea si apprendono specifiche modalità di descrizione e di rappresentazione, che dipendono dal tipo di fenomeni e di problemi, e dalle discipline che sono oggetto di interesse, ma è importante che già all'ingresso dell'università gli studenti e le studentesse possiedano alcune abilità di base per quanto riguarda sia la comprensione, sia la produzione di testi.

¹ [PISA 2018 Assessment and Analytical Framework](#). Chapter 2. PISA 2018 reading framework p.40.

In questa sede non abbiamo come obiettivo di considerare la produzione (scrittura, disegno), né l'uso di strumenti software (ad esempio: database, programmi di alto livello). Ci concentriamo invece sulla comprensione di testi informativi e argomentativi di tipo non-continuo e misto nei quali, oltre alle frasi del linguaggio naturale, possono essere presenti formule matematiche, liste, tabelle, grafici di vario tipo. Tali testi si trovano comunemente negli studi universitari di area scientifica, di informatica, ingegneria, matematica, scienze della vita e scienze umane, e la loro importanza emerge dai Quadri di Riferimento per le diverse aree disciplinari.

La capacità di comprendere testi si basa naturalmente sulle competenze indicate nel *Quadro di riferimento per le Competenze di lettura*, ma richiede anche ulteriori specifiche abilità, che sono strettamente collegate con il ragionamento logico, la soluzione di problemi e il calcolo numerico e algebrico elementare, come si è visto nei nuclei tematici precedenti di questo Quadro di riferimento. E d'altra parte ogni testo può essere considerato come un problema da risolvere, da affrontare con atteggiamento strategico per comprendere ciò che è rilevante per noi. A questo fine è importante che il lettore costruisca proprie rappresentazioni di ciò che dice il testo, oltre a quelle eventualmente già fornite nel testo stesso, per rafforzare la sua capacità di tenere sotto controllo nella mente tutti gli oggetti, le variabili, le relazioni e i dati in gioco, per collegare le informazioni date nel testo con ciò che già conosce e per comparare e valutare sistematicamente le implicazioni che dal testo conseguono. In particolare, è utile tradurre dal linguaggio naturale in diversi linguaggi simbolici e grafici, e viceversa, in modo da avere diverse rappresentazioni di una stessa situazione e ottenere così una visione "multidimensionale" del problema.

Riassumendo, riteniamo che per essere preparati all'ingresso dei corsi di laurea sia estremamente importante saper leggere testi non-continui e misti, che trattano di situazioni e fenomeni in diversi contesti disciplinari, usando il linguaggio matematico di base e rappresentazioni grafiche di vario tipo. Poiché si tratta di competenze di alto livello, per autovalutarle e migliorarle occorrono attività complesse che sono difficili e onerose da progettare e realizzare². Cercheremo ora di fare qualche esempio di testi e di quesiti che vanno nella direzione indicata, anche per stabilire collegamenti con i nuclei tematici precedenti e con i quadri di riferimento delle altre aree, pur essendo consapevoli della limitatezza di tali esempi a fronte dell'ampiezza della questione.

² Riteniamo che queste competenze si possano e si debbano sviluppare in stretta connessione con l'apprendimento delle discipline, in situazioni non necessariamente specialistiche. Potrebbe quindi essere utile unire le forze, le competenze e le risorse di diversi PLS e POT, a livello nazionale e locale, e progettare azioni congiunte intese a realizzare strumenti coordinati di autovalutazione, verifica e apprendimento della comprensione del testo, del ragionamento logico e del linguaggio matematico di base, in contesti multidisciplinari.

2. RICAIVARE INFORMAZIONI DA RAPPRESENTAZIONI GRAFICHE DI DATI E RELAZIONI

Faremo esempi di quesiti con tabelle e grafici di funzioni, che pensiamo siano sufficienti per illustrare il tipo di competenze che si ritengono utili. Altri esempi si possono fare con grafici ad albero, grafici a barre, sistemi di liste e altri tipi di rappresentazioni grafiche.

Quesito 1

Liste e tabelle 1

Nella tabella si leggono il peso e il prezzo della confezione per i prodotti X, Y, Z; inoltre è indicato il contenuto di proteine in grammi. Sappiamo anche che una confezione W di 8 uova, che pesano circa 60 g ciascuna e, in peso, hanno un contenuto di proteine pari al 13%, costa 2 euro e 50 centesimi.

Per quale dei quattro prodotti X, Y, Z, W è massimo il contenuto di proteine a parità di peso?

Per quale prodotto è massimo il contenuto di proteine a parità di costo?

prodotto	confezione	prezzo	contenuto proteine
pasta X	$\frac{1}{2}$ kg	1 euro	50g
fagioli secchi Y	1kg	4 euro	240g
parmigiano Z	250g	5 euro	90g

Per rispondere alle domande occorre comprendere un testo che contiene numeri, percentuali e qualche periodo che contiene frasi subordinate. Inoltre, occorre comprendere il significato della tabella e fare qualche semplice calcolo e qualche stima, meglio a mente e rapidamente. Le conoscenze matematiche richieste sono comprese tra quelle indicate nei curricula delle scuole medie.

La prima domanda deve essere alla portata di tutti gli studenti che entrano in un qualsiasi corso di laurea e dovrebbe essere utilizzata in qualsiasi test di ingresso.

La seconda domanda richiede un ragionamento appena più articolato e qualche calcolo in più. I calcoli si possono fare a mente ma può essere utile avere a disposizione un foglio di carta e una matita o qualche dispositivo per annotare i risultati e compararli.

Con lo stesso tipo di tabella si possono creare molti quesiti diversi; un esempio è il quesito 2.2.

Quesiti di questo tipo possono dare l'occasione per rendere gli studenti consapevoli che i calcoli complicati si fanno col cellulare o col computer, ma i calcoli semplici e le stime conviene farli a mente. Il calcolo mentale non va confuso col "*sapere le tabelline*"! Richiede la conoscenza di opportune strategie e di un utilizzo appropriato della memoria di lavoro, e dovrebbe essere maggiormente considerato fra gli obiettivi della formazione generale dei cittadini e della preparazione per l'ingresso all'università.

Quesito 3

Liste e tabelle 2

La tabella mostra, per alcuni prodotti alimentari, il peso e il prezzo della confezione, nonché il contenuto di proteine in percentuale sul peso e il valore energetico per 100 grammi.

Per quale prodotto è massimo il contenuto di proteine a parità di valore energetico?

prodotto	confezione	prezzo per confezione	contenuto proteine	valore energetico in kcal per 100g
pasta X	½ kg	1 euro	10%	350
fagioli secchi Y	1kg	4 euro	24%	300
parmigiano Z	250g	5 euro	36%	370
uova W	8, 60g ciascuna	2,5 euro	13%	150

Per questo quesito vale la pena di discutere la soluzione.

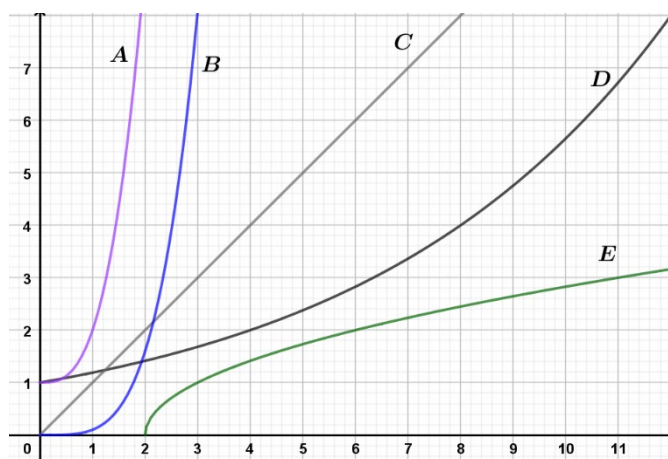
Ci si deve accorgere subito che sono da considerare soltanto le ultime due colonne a destra e che il “contenuto di proteine a parità di valore energetico” è proporzionale al rapporto fra la percentuale e il valore energetico. Se uno non se ne accorge deve pensarci su. Una volta assodato questo fatto, una strategia brutale che risolve la questione è calcolare i rapporti e prendere il maggiore. Per fare questi calcoli è meglio avere qualche strumento. Si può però adottare una strategia diversa, che è più rapida, se si ha un po’ di capacità di osservazione della tabella:

- si vede istantaneamente che con 200g di uova si ottengono 300 kcal, lo stesso che con 100g di fagioli; ma 200g di uova contengono 26g di proteine, mentre 100g di fagioli contengono 24g di proteine, pertanto fra i due alimenti vincono le uova;
- fra la pasta e il parmigiano evidentemente stravinca il parmigiano;
- resta la finale tra uova e parmigiano: 370 è appena un po’ meno di due volte e mezzo di 150; e due volte e mezzo di 13 è 32,5. Vince il parmigiano 🏆.

Quesito 3

Grafici di funzioni - crescita esponenziale

Nella figura sono rappresentati i grafici di cinque grandezze, i cui valori sono rappresentati sull'asse verticale, rispetto al tempo, che è rappresentato sull'asse orizzontale. Uno di questi grafici rappresenta una crescita esponenziale. Quale?



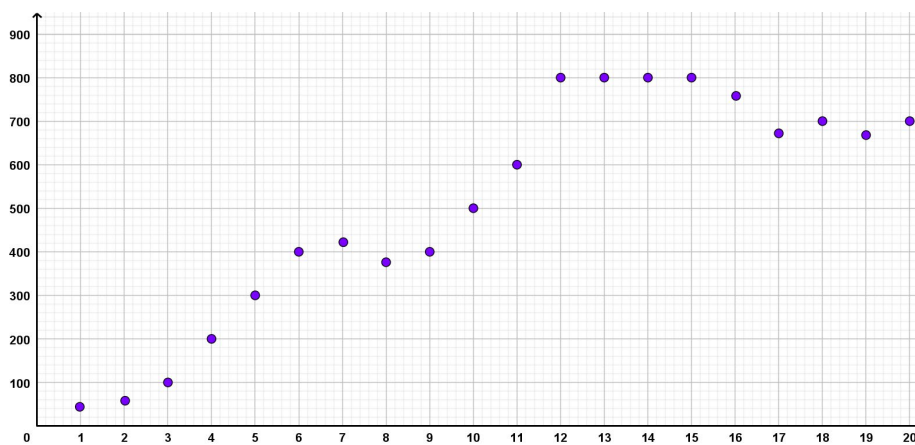
- A.** Grafico A
- B.** Grafico B
- C.** Grafico C
- D.** Grafico D
- E.** Grafico E

Quesito 4

Grafici di funzioni - su un insieme discreto

In un laboratorio si tiene per venti giorni una coltura di alghe unicellulari e ogni giorno, alla stessa ora, si fa una misura del numero di cellule vive per ml. Nella figura si vede il grafico dei valori misurati (che sono sull'asse verticale) nei diversi giorni (indicati sull'asse orizzontale).

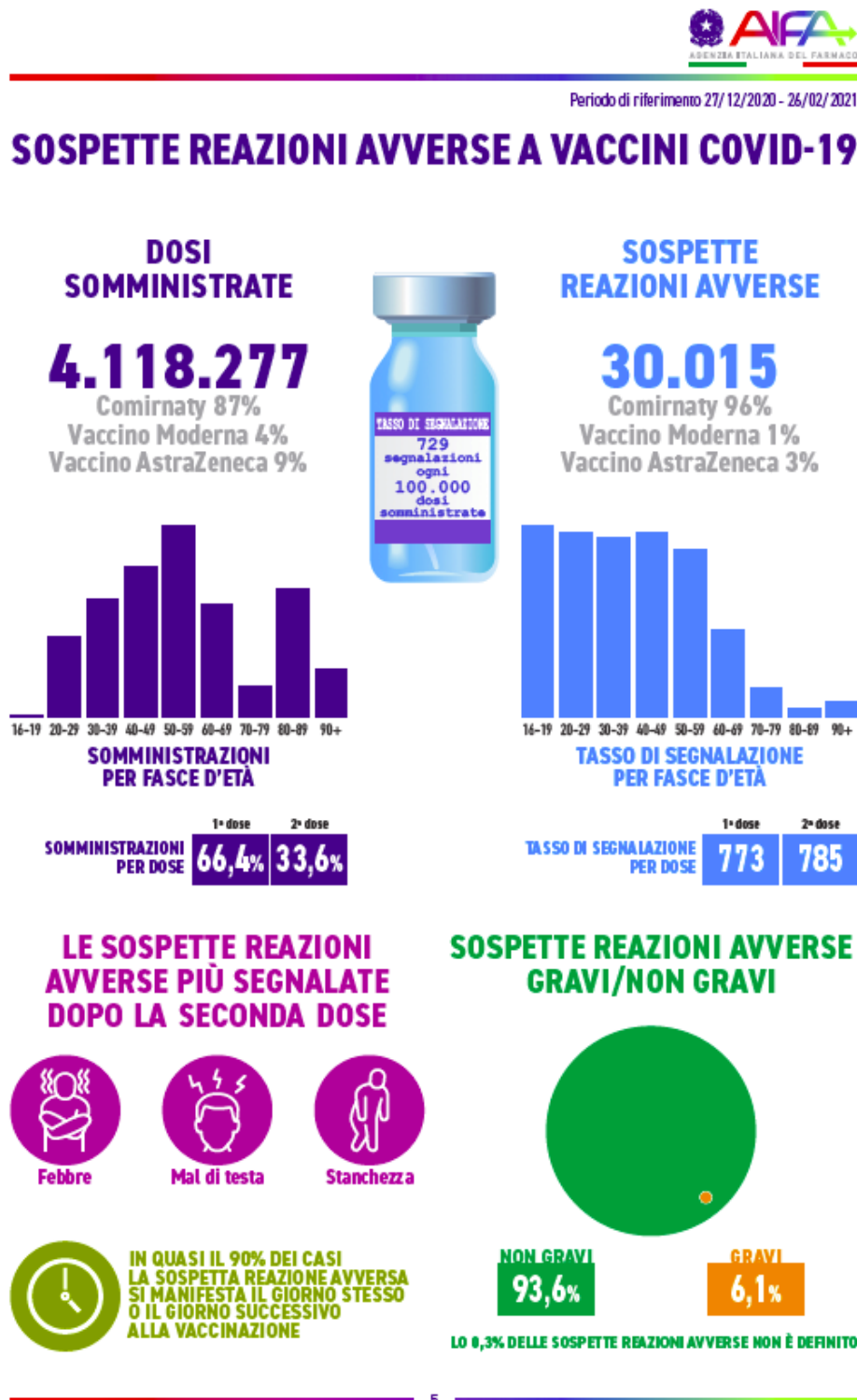
Possiamo affermare che il numero di cellule che sono morte nelle 24 ore che precedono il momento della misura è uguale al numero di nuove cellule che nello stesso periodo si sono formate:



- A.** Nei giorni 3, 4, 5, 6 e nei giorni 9, 10, 11
- B.** Nei giorni 6, 9
- C.** Nei giorni 12, 13, 14, 15
- D.** Nei giorni 13, 14, 15
- E.** Nel giorno 17

Infografica vaccini

https://www.aifa.gov.it/documents/20142/1315190/Rapporto_sorveglianza_vaccini_COVID-19_2.pdf



Con riferimento all'infografica di sopra, si risponda ai seguenti quesiti.

Quesito 5

Vaccini 1

Sia P_{AZ} la percentuale di reazioni avverse per le vaccinazioni con Astra Zeneca e siano P_{Pf} e P_{Mod} le analoghe percentuali per le vaccinazioni con Pfizer e con Moderna. Quanto valgono i rapporti P_{Pf}/P_{AZ} e P_{Mod}/P_{AZ} ?

(si vede quasi subito... per calcolarli non è necessario calcolare separatamente i valori numerici di P_{AZ} , P_{Pf} e P_{Mod} .)

Quesito 6

Vaccini 2

Quant'è la percentuale di reazioni avverse gravi tra le vaccinazioni con Pfizer? E tra le vaccinazioni con Astra Zeneca?

(non si ricava dai dati presenti nella tabella)

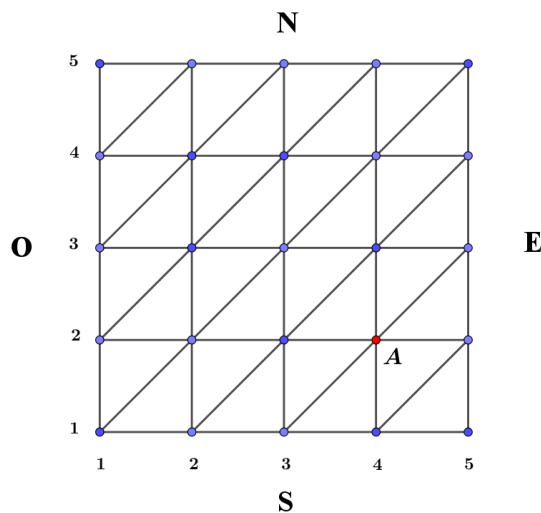
3. TESTI CHE DANNO ISTRUZIONI SU COME FARE CERTE OPERAZIONI

I testi che danno istruzioni su come svolgere un certo insieme di operazioni, spesso in sequenza, sono molto comuni, importanti e di molti tipi diversi. Le istruzioni possono essere espresse nel linguaggio naturale, o con formule matematiche o mediante specifici simboli o mediante disegni e immagini -- o con tutti i mezzi precedenti combinati variamente fra loro. In questa sezione ci limitiamo a fare due esempi, il primo in un contesto geometrico, il secondo in un contesto numerico-algebrico. Osserviamo che i problemi "Codice cifrato" e "Codice binario", proposti nel nucleo tematico2, si basano su testi che danno istruzioni su come codificare un messaggio. In tali quesiti non si chiede soltanto di eseguire le istruzioni, ma di risalire al messaggio originale, conoscendo la sua codifica. Anche conoscendo la codifica, a seconda del tipo, un tale problema inverso è in genere più difficile, talvolta molto difficile o addirittura impossibile, a meno di non avere qualche ulteriore informazione e opportune strategie.

Quesito 1

Taxi driver

Nella figura è rappresentato un reticolo di strade. Ci si trova inizialmente nel punto A di coordinate (4,2) e ci si avvia verso Nord. Ad ogni incrocio che si incontra si esegue, nell'ordine, una delle istruzioni S1, D2, D1, F.



- F vuol dire proseguire oltre l'incrocio nella stessa direzione di arrivo, fino all'incrocio successivo
- D1 vuol dire all'incrocio prendere la prima strada a destra e proseguire fino all'incrocio successivo
- D2 vuol dire all'incrocio prendere la seconda strada a destra e proseguire fino all'incrocio successivo

le istruzioni S1, S2 hanno un significato analogo per la svolta a sinistra.

Quali sono le coordinate del punto in cui si arriva?

- A.** (2,4)
- B.** (4,4)
- C.** (5,5)
- D.** (2,5)
- E.** (3,4)

Quesito 2

Avanti e indietro

Per ogni numero x positivo, definiamo la seguente operazione:

- **se** x maggiore o uguale di 7, sottraiamo 4 da x ;
- **se** x è minore di 7, moltiplichiamo x per 2

Ad esempio:

se partiamo da $x = 7$, come risultato dell'operazione otteniamo il numero 3;

se ripetiamo l'operazione a partire da tale risultato, otteniamo 6.

- A.** Che risultato otteniamo se partiamo da $x=9$, facciamo l'operazione una volta e poi la ripetiamo altre tre volte, ogni volta sul risultato dell'operazione precedente?
- B.** Cosa otteniamo se partiamo da 9 e facciamo l'operazione 35 volte?

Si tratta di una un'istruzione condizionale, molto comune negli algoritmi.

Nel caso della domanda B si entra in un ciclo e questo consente di trovare la risposta senza fare tutti i calcoli.

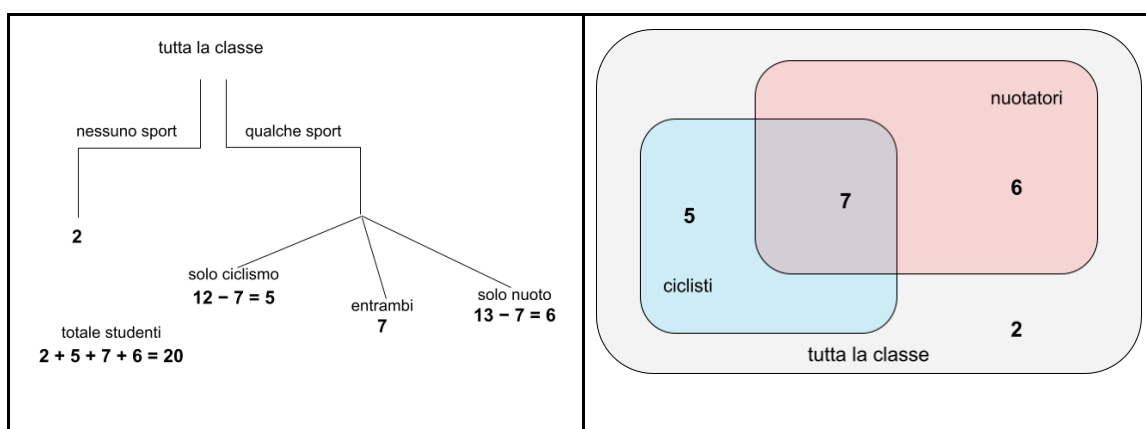
4. COMPRENDERE E COSTRUIRE RAPPRESENTAZIONI GRAFICHE DI RELAZIONI FRA INSIEMI

Quesito 1

Fare esercizio fa bene

In una certa classe solo due persone non praticano nessuno sport. Il ciclismo è praticato da dodici persone, il nuoto è praticato da tredici persone; le persone che praticano entrambi gli sport sono sette. Quante sono in tutto le persone nella classe?

Per rispondere alla domanda occorre comprendere precisamente la situazione descritta dal testo. Si può fare a mente, ma per essere più sicuri è utile rappresentare le informazioni che vengono date, ad esempio come nella figura sotto a sinistra. Il primo passo è osservare che per ogni persona nella classe ci sono due casi: chi non pratica sport (2 persone), chi ne pratica almeno uno. In questo secondo caso ci sono tre sottocasi: coloro che praticano entrambi gli sport (7 persone), coloro che praticano solo il ciclismo ($12 - 7 = 5$), coloro che praticano solo il nuoto ($13 - 7 = 6$). In conclusione, nella classe ci sono 20 persone. La situazione si può rappresentare anche con la figura sotto a destra.



La figura sopra a sinistra è un esempio di grafo ad albero. La figura a destra è un esempio di diagramma di Venn. Tali rappresentazioni non sono veramente indispensabili per rispondere al quesito considerato, ma può essere utile imparare a usarle in casi semplici come questo, così da essere preparati per quando si incontrano situazioni più complesse. I grafi ad albero sono molto utilizzati in informatica e si possono trovare in diversi campi, citiamo ad esempio le classificazioni filogenetiche in biologia e le descrizioni delle organizzazioni sociali e aziendali e dei processi produttivi. Qualche esempio di grafo ad albero si trova nel secondo nucleo tematico - *Problemi*.

Osserviamo che nel testo del quesito e nella descrizione che abbiamo fatto del processo di comprensione si sono usate alcune espressioni linguistiche che abbiamo discusso nel nucleo

tematico 1. Ad esempio, l'apparente doppia negazione "due persone non praticano nessuno sport" e l'espressione "pratica almeno uno sport".

Quesito 2

Una volta ci stringevamo le mani

A una tavola rotonda siedono 30 persone. Ogni persona stringe la mano ai suoi immediati vicini di posto. Quante strette di mano si contano?

- A.** 29
- B.** 30
- C.** 90
- D.** 60
- E.** 15

Per rispondere al quesito è utile fare una rappresentazione grafica della situazione, anche con un piccolo numero di persone.

5. TRADUZIONE IN FORMULE DI RELAZIONI ESPRESSE NEL LINGUAGGIO NATURALE.

Descrivere a parole le informazioni che si possono ricavare da una formula a proposito del comportamento reciproco di grandezze.

Quesito 1

Grappa?

Ho 12 Kg di una soluzione di acqua e alcool che contiene il 42% di alcool in volume. Il rapporto tra la densità dell'alcool e la densità dell'acqua è circa 0,789. La densità dell'acqua è 1 Kg per litro. Se V è il volume, espresso in litri, della mia soluzione, vale una delle seguenti formule. Quale?

A. $12 = (0,42 \cdot 0,789 + 0,58) \cdot V$

A. $V = 1,42 \cdot 0,789 \cdot 12$

B. $V \cdot \left(\frac{0,42}{0,789} + 0,58 \right) = 12$

C. $12V = (-0,42 + 0,789 \cdot 0,58)$

D. $12 = V \cdot \left(\frac{1,42}{1-0,789} \right)$

Per rispondere non occorre fare alcun calcolo, basta conoscere il significato dei termini "volume", "litro", "kg", "densità", che si ritengono di conoscenza comune, e tradurre il testo in una formula.

Quesito 2

Corrersi incontro

Una grandezza u dipende da due altre grandezze v e w , che hanno valori compresi fra zero e un numero dato c , attraverso la formula

$$u = \frac{v + w}{\sqrt{1 + \frac{v \cdot w}{c^2}}}$$

Quali delle seguenti proprietà sono vere?

- A.** se scambio uno con l'altro i valori di v e w la u non cambia;
- B.** u è sempre minore o uguale di $v + w$;
- C.** u non è mai uguale a $v + w$;
- D.** se v e w raddoppiano entrambe, allora u raddoppia;
- E.** se $v = 0$, allora $u = w$.

La formula esprime la legge di composizione delle velocità in relatività speciale.

Quesito 3

Il periodo T delle piccole oscillazioni di un pendolo ideale in prossimità della superficie della Terra è legato alla lunghezza l del filo e all'accelerazione di gravità terrestre g dalla relazione

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Se vado su un altro pianeta e trovo che un pendolo col filo lungo il doppio ha un periodo triplo, allora l'accelerazione di gravità a sul nuovo pianeta è uguale a...

F. $\frac{9}{2}g$

G. $\frac{2}{3}g$

H. $\frac{3}{2}g$

I. $\frac{3}{4}g$

J. $\frac{2}{9}g$

Si tratta di un quesito classico, ma qui non si chiede di ricordare la formula, occorre soltanto saperla leggere e sapere che le leggi della fisica “sono le stesse” su tutti i pianeti.